

ĐỀ THI THỬ
KỶ THI TUYỂN SINH TRƯỜNG THPT CHUYÊN NGOẠI NGỮ

MÔN THI: ĐGNL TOÁN VÀ KHTN

Ngày 26 tháng 02 năm 2017

Thời gian làm bài: **60 phút**

Tổng số câu hỏi: **40**

(Thí sinh làm bài trên PTL)

Câu 1: Giá trị của biểu thức $A = 2x^3 + 6x^2 + 7x + 9$ khi $x = 9$ bằng

A. 2016

B. 2017

C. 2018

D. 2019

Hướng dẫn

$$A = 2(x^3 + 3x^2 + 3x + 1) + (x + 1) + 6 = 2(x + 1)^3 + (x + 1) + 6.$$

Vì $x = 9 \Rightarrow x + 1 = 10 \Rightarrow A = 2016$. Chọn A.

Thí sinh có thể thay $x = 9$ vào biểu thức A để tính trực tiếp.

.....

Câu 6: Số đường chéo của một lục giác là

A. 7

B. 8

C. 9

D. 10

Hướng dẫn

Từ mỗi đỉnh của lục giác ta kẻ được 3 đường chéo, do đó từ 6 đỉnh ta kẻ được $6 \times 3 = 18$ đường chéo. Tuy nhiên nếu tính như vậy thì mỗi đường chéo được tính hai lần, chẳng hạn đường chéo AD vừa được coi là đường chéo kẻ từ A, vừa được coi là đường chéo kẻ từ D. Do đó số đường chéo của một lục giác là: $18 : 2 = 9$. Chọn C.

.....

Câu 8: Rút gọn biểu thức $A = \frac{3}{\sqrt{x+1}} - \frac{1}{\sqrt{x-1}} - \frac{\sqrt{x}-3}{x-1}$ ($x \geq 0, x \neq 1$) ta được

A. $\frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}$

B. $\frac{1}{1-\sqrt{x}}$

C. $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x+1}}$

D. $\frac{1}{\sqrt{x+1}}$

Hướng dẫn

$$A = \frac{3(\sqrt{x}-1) - (\sqrt{x}+1) - (\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{1}{\sqrt{x}+1}. \text{ Chọn D.}$$

.....

Câu 11: Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m - 5 = 0$. Giá trị nhỏ nhất của $x_1^2 + x_2^2$ là

A. $\frac{31}{4}$

B. 8

C. $\frac{53}{4}$

D. $\frac{15}{2}$

Hướng dẫn

$\Delta' = (m-1)^2 - (m-5) = m^2 - 3m + 6 = \left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} > 0, \forall m$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Theo định lý Vi-et: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 x_2 = m-5 \end{cases}$.

$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 4(m-1)^2 - 2(m-5) = 4m^2 - 10m + 14 = \left(2m - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{31}{4} \geq \frac{31}{4}$.

Từ đó có GTNN của $x_1^2 + x_2^2$ là $\frac{31}{4}$ (khi $m = \frac{5}{4}$). Chọn A.

.....

Câu 13: Phương trình $x^2 - 2x - 7 + 3\sqrt{(x+1)(x-3)} = 0$ có tổng bình phương các nghiệm bằng

A. 12

B. 2

C. $12 - 4\sqrt{5}$

D. $12 + 4\sqrt{5}$

Hướng dẫn

Giải phương trình bằng cách đặt ẩn phụ $t = \sqrt{x^2 - 2x - 3} (t \geq 0)$ ta được hai nghiệm là $x = 1 \pm \sqrt{5}$. Từ đó tổng bình phương các nghiệm bằng 12. Chọn A.

.....

Câu 16: Gọi $(x_0; y_0)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - 2xy = y(2x - 4y) \\ 2x + y = 5 \end{cases}$, giá trị của tích

$x_0 y_0$ có thể là

A. 3

B. 0

C. 2

D. -3

Hướng dẫn

Hệ đã cho $\Leftrightarrow \begin{cases} (x-2y)^2 = 0 \\ 2x+y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2y \\ 5y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$. Do đó $x_0 = 2, y_0 = 1 \Rightarrow x_0 y_0 = 2$. Chọn C.

.....

Câu 20: Hai đội cùng làm một công việc thì sẽ hoàn thành sau 4 giờ 48 phút. Nếu đội thứ nhất làm việc trong 4 giờ và đội thứ hai làm việc trong 3 giờ thì hai đội hoàn thành tổng cộng $\frac{3}{4}$ công việc. Gọi thời gian để đội thứ nhất hoàn thành công việc là x giờ, thời gian để đội thứ hai hoàn thành công việc là y giờ. Hỏi giá trị của tổng $x+y$ là bao nhiêu?

A. 22

B. 20

C. 18

D. 16

Hướng dẫn

$$\text{Giải hệ } \begin{cases} \frac{24}{x} + \frac{24}{y} = 1 \\ \frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} \\ \frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{3}{4} \end{cases} \text{ ta được } \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{8} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 12 \end{cases} \Rightarrow x + y = 20. \text{ Chọn B.}$$

.....

Câu 23: Gọi A, B là giao điểm của đường thẳng $(d): y = x - 2$ và parabol $(P): y = -x^2$. Diện tích tam giác OAB bằng bao nhiêu đơn vị diện tích?

A. $\frac{5}{2}$

B. 4

C. 3

D. $\frac{7}{2}$

Hướng dẫn

Giải hệ $\begin{cases} y = -x^2 \\ y = x - 2 \end{cases}$ ta tìm được hai giao điểm của (d) và (P) là $A(1;-1), B(-2;-4)$. Gọi D, C lần

lượt là hình chiếu vuông góc của A và B trên trục Ox .

$$S_{ABCD} = \frac{(1+4)3}{2} = \frac{15}{2}, S_{\triangle ODA} = \frac{1 \cdot 1}{2} = \frac{1}{2}, S_{\triangle OCB} = \frac{2 \cdot 4}{2} = 4 \Rightarrow S_{\triangle OAB} = \frac{15}{2} - \frac{1}{2} - 4 = 3 \text{ (đvdt)}. \text{ Chọn C.}$$

.....

Câu 26: Với $x, y > 0$, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2x^2 + y^2 + \frac{4}{x} + \frac{16}{y}$ đạt được khi $x+y$ bằng

A. 2

B. 3

C. $\frac{5}{2}$

D. $3\sqrt{2}$

Hướng dẫn

$$P = 2(x-1)^2 + (y-2)^2 + 4\left(x + \frac{1}{x}\right) + 4\left(y + \frac{4}{y}\right) - 6 \geq 0 + 0 + 8 + 16 - 6 = 18, \text{ đạt được } \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}.$$

Khi đó $x+y=3$. Chọn B.

.....

Câu 28: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a$ và hai đường trung tuyến AM, BN vuông góc với nhau. Độ dài đường trung tuyến BN bằng

- A.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ **B.** $\frac{3a}{2}$ **C.** $a\sqrt{3}$ **D.** $a\sqrt{2}$

Hướng dẫn (thí sinh tự vẽ hình)

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABN ta có:

$$AB^2 = BG \cdot BN \Rightarrow a^2 = \frac{2}{3} BN \cdot BN = \frac{2}{3} BN^2 \Rightarrow BN^2 = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow BN = \frac{a\sqrt{6}}{2}. \text{ Chọn A.}$$

.....

Câu 32: Cho tam giác ABC là tam giác đều cạnh a . Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

- A.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Hướng dẫn (thí sinh tự vẽ hình)

Hạ $AH \perp BC$. Ta có H là trung điểm của BC , tâm $O \in AH$ và $OA = OB = R, OH = \frac{OA}{2} = \frac{R}{2}$.

Theo định lý Pitago: $OB^2 = OH^2 + HB^2 \Rightarrow R^2 = \frac{R^2}{4} + \frac{a^2}{4} \Rightarrow R^2 = \frac{a^2}{3} \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Chọn B.

Thí sinh cũng có thể tính: $R = OB = \frac{BH}{\sin BOH} = \frac{\frac{a}{2}}{\sin 60^\circ} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

.....

Câu 34: Cho đường tròn tâm O bán kính R , đường kính AB cố định và đường kính MN thay đổi ($M \neq A, M \neq B$), d là tiếp tuyến của (O) tại A . BM, BN cắt d tương ứng tại P và Q . Gọi E, F lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng AP, AQ . Giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác BEF bằng

- A.** $2R^2$ **B.** $R^2\sqrt{3}$ **C.** $R^2\sqrt{2}$ **D.** $3R^2$

Hướng dẫn (thí sinh tự vẽ hình)

Ta có $S_{\triangle BEF} = \frac{EF \cdot AB}{2} = EF \cdot R$. Lại có $AE \cdot AF = \frac{AP \cdot AQ}{4} = \frac{AB^2}{4} = \frac{4R^2}{4} = R^2$.

Theo bất đẳng thức Cô-si: $EF = AE + AF \geq 2\sqrt{AE \cdot AF} = 2R \Rightarrow S_{\triangle BEF} \geq 2R^2$. Đẳng thức xảy ra

$\Leftrightarrow MN \perp AB$. Do đó $\min S_{\triangle BEF} = 2R^2$. Chọn A.

.....

Câu 36: Khi bị trượt chân và khi bị vấp, người sẽ bị ngã như thế nào và tại sao?

A. Khi trượt chân thì người ngã về phía sau, khi bị vấp thì người ngã về phía trước, do trọng lực đã hút người đó.

B. Khi trượt chân thì người ngã về phía sau, khi bị vấp thì người ngã về phía trước, do tác dụng của lực quán tính.

C. Khi trượt chân thì người ngã về phía trước, khi bị vấp thì người ngã về phía sau, do trọng lực đã hút người đó.

D. Khi trượt chân thì người ngã về phía trước, khi bị vấp thì người ngã về phía sau, do tác dụng của lực quán tính.

Câu 37: Số mol O_2 có trong 5,6 lít khí oxi (đktc) là

A. 0,25 mol

B. 0,5 mol

C. 0,175 mol

D. 0,35 mol

.....